**KALKULUS ZH 1.**

Egyszerű kamatozás:

* Co – alaptőke
* n – futamidő
* Cn – felkamatolt összeg
* r – nominális kamatláb (%)

Cn=Co(1+n szorozva r/100)

Kamatos kamatozás:

* Co – alaptőke
* n – futamidő
* Cn – felkamatolt összeg
* r – nominális kamatláb (%)

Cn=Co(1+r/100)n

Effektív kamatláb: (1+(r/100)/m)m-1

Folytonos kamatozás: (1+r/m)m

Az **e** szám: e=2,71828182845904523536028747135…

Ha m elég nagy, akkor (1+r/m)m=er

Jövőérték:

* x – a befektetett összeg
* p - %, az éves kamat
* n – a befektetés időszaka

FV=x(1+p/100)n

Mértani sorozat:

an=a1 szorozva qn-1

Első n tagjának összege: S=a1 szorozva (1-qn)/(1-q)

Örökjáradék:

* Minden évben kapunk C összeget
* A banki kamat 1% változatlanul
* A mai C Ft 1 v múlva már **(1+r/100) szorozva C** - Ft-ot érne
* Mekkora a jelenértéke az 1 év múlva esedékes C Ft-nak? **PV= C/(1+r/100) < C**
* Az örökjáradék jelenértéke, ha x=r/100: C/1+x szorozva ((C/1+x)+C/(1+x)2+ C/(1+x)3+…)

Mértani sor:

* Az an=a1 szorozva qn-1 mértani sorozathoz tartozó végtelen összeget mértani sornak nevezzük

PV=

* Egy C összegű r kamatlábú örökjáradék jelenértéke PV= , ahol r a diszkontáláshoz használt diszkonttényező
* Mértani sorok összegzése:

Függvények:

* Ha az A halmaz minden eleméhez hozzárendelünk pontosan egy B halmazbeli elemet, akkor A-ból B-be menő függvényről beszélünk. Jelölés: f: A->B
* Az A halmazt értelmezési tartománynak nevezzük, jelölése: Df=A
* A függvény értékkészletét azon B-beli objektumok halmaza, melyek A-beli elemekhez hozzá vannak rendelve, jelölése: Rf = {f (x) ∈ B : x ∈ A}
* Az értékkészlet nem feltétlenül egyezik meg a B halmazzal: f : R → R, f (x) = x2

(Rf = R+0 nem egyenlő R = B)

* Egy A → B függvény egy-egy értelmű, ha különböző A-beli elemeknek különbözik a képe B-ben.
* Ha f: A → B egy-egy értelmű függvény, akkor az g : Rf → A, g(y) = x, ha f (x) = y függvényt az f inverzének nevezzük.
* Egy függvény inverzének grafikonja megkapható az y=x egyenesre való tükrözéssel.

**Lineáris függvény:** Az f (x) = m · x + b alakú függvények

* m a függvény meredekségét jelöli
* A meredekség megmutatja, hogy mennyit változik az y tengely mentén a függvény, ha 1-gyel növeljük az x értéket.
* A b megmutatja, hol metszi a függvény grafikonja az y tengelyt.
* Egy egyenest (azaz egy lineáris függvényt is) egyértelműen meghatároz két különböző pontja, egy pontja és a meredeksége.

**Monotonitás:** Az f függvény monoton nő (csökken) az [a, b] intervallumon, ha bármely a ≤ x1 < x2 ≤ b értékekre f (x1) ≤ f (x2) (f (x1) ≥ f (x2)).

Az f (x) = mx + b lineáris függvény monoton csökkenő, ha m ≤ 0; monoton nővő, ha m ≥ 0.

**Másodfokú függvény:** Az f(x)=ax2+bx+c , ha a nem egyenlő 0.

**Szélső érték:** A függvénynek lokális maximuma és lokális minimuma van.

A másodfokú függvénynek pontosan egy szélsőértéke van, mégpedig az **x0= -b/2a** helyen.

**„Sokkal nagyobb”:** c << ln x << xp << ex

**Szelő:** egy függvény grafikonjának két pontját összekötő egyenes.

Szelő meredeksége: függőleges távolság/vízszintes távolság=

**Érintő:** ha h->0, a szelők határhelyzetét érintőnek nevezzük

**Differenciálhányados:**

* Az f’(x) derivált megadja az f függvény x-beli érintőjének meredekségét
* A derivált a függvény pillanatnyi változási ütemét méri

**Elemi függvények deriváltjai:**

ex ex

ln x 1/x

**Összeg szabály:** Ha f és g differenciálható az x helyen, akkor **[f(x)g(x)]’= f’(x) g’(x)**

**Konstans szabály:** Ha f és g differenciálható az x pontban, akkor **[f(x)]’=f’(x)**

**Szorzat szabály:** Ha f és g differenciálható az x pontban, akkor **[f(x) g(x)]’= f’(x) g(x) + f(x) g’(x)**

**Hányados szabály:** Ha f és g differenciálható az x pontban, valamint g(x) nem egyenlő 0, akkor

Érintő egyenlete: y=mx+b; **TÉTEL: y= f(x0)+f’(x0)(x-x0)**

**Határköltség:**

AC(x)=

C’(x)=

**Lánc szabály:**

* (R) bevétel függ csak és kizárólag a megtermelt jószág mennyiségétől (y): R(y)
* A megtermelt mennyiség (y) függ a dolgozó munkások számától (x): y(x)
* Hogy változik a bevétel (R) a munkások számától (x)? R(x)=R(y(x))=(R°y)(x)
* Hogyan adható meg a határbevétel az x függvényben? MR=R’(x)=R’(y(x))=
* **TÉTEL: [f(g(x))]’=f’(g(x))** **g’(x)**

**Függvény nem egyenlő az egyenlettel:** f’(x)= df/dx

## Érintő:

* A q=D(p) keresleti függvény esetén magasabb ár (p) esetén csökken a kereslet (q).
* Az ár és a kereslet is változhat az idő függvényében: p(t), q(t)
* Implicit deriválással megadhatjuk, milyen gyorsan változik egy mennyiség az időre vonatkozóan.

A hasznossági függvény a gazdaság egy szereplőjének meghatározott javakhoz kapcsolódó preferenciáit megadó függvény: U(x1, x2, … xn)